Kementerian Pendidikan dan Kebudayaan
Direktorat Jenderal Pendidikan Anak Usia Dini dan Pendidikan Masyarakat
Direktorat Pembinaan Pendidikan Keaksaraan dan Kesetaraan
Tahun 2017

MODUL 3

Kartu Tanda Penduduk Elektronik/e-KTP

MATEMATIKA
PAKET C SETARA SMA/MA

Kementerian Pendidikan dan Kebudayaan
Direktorat Jenderal Pendidikan Anak Usia Dini dan Pendidikan Masyarakat
Direktorat Pembinaan Pendidikan Keaksaraan dan Kesetaraan
Tahun 2017

MODUL 3

Kartu Tanda Penduduk Elektronik/e-KTP

MATEMATIKA

PAKET C SETARA SMA/MA

Matematika Paket C Tingkatan V Modul Tema 3
Modul Tema 3 : Kartu Tanda Penduduk Elektronik/e-KTP

- Penulis: Rain Adhistya

- Diterbitkan oleh: Direktorat Pembinaan Pendidikan Keaksaraan dan Kesetaraan-Ditjen Pendidikan Anak Usia Dini dan Pendidikan Masyarakat-Kementerian Pendidikan dan Kebudayaan, 2018

iv+ 36 hlm + illustrasi + foto; 21 x 28,5 cm

Modul Dinamis: Modul ini merupakan salah satu contoh bahan ajar pendidikan kesetaraan yang berbasis pada kompetensi inti dan kompetensi dasar dan didesain sesuai kurikulum 2013. Sehingga modul ini merupakan dokumen yang bersifat dinamis dan terbuka lebar sesuai dengan kebutuhan dan kondisi daerah masing-masing, namun merujuk pada tercapainya standar kompetensi dasar.

Kata Pengantar

Pendidikan kesetaraan sebagai pendidikan alternatif memberikan layanan kepada mayarakat yang karena kondisi geografis, sosial budaya, ekonomi dan psikologis tidak berkesempatan mengikuti pendidikan dasar dan menengah di jalur pendidikan formal. Kurikulum pendidikan kesetaraan dikembangkan mengacu pada kurikulum 2013 pendidikan dasar dan menengah hasil revisi berdasarkan peraturan Mendikbud No.24 tahun 2016. Proses adaptasi kurikulum 2013 ke dalam kurikulum pendidikan kesetaraan adalah melalui proses kontekstualisasi dan fungsionalisasi dari masing-masing kompetensi dasar, sehingga peserta didik memahami makna dari setiap kompetensi yang dipelajari.

Pembelajaran pendidikan kesetaraan menggunakan prinsip flexible learning sesuai dengan karakteristik peserta didik kesetaraan. Penerapan prinsip pembelajaran tersebut menggunakan sistem pembelajaran modular dimana peserta didik memiliki kebebasan dalam penyelesaian tiap modul yang di sajikan. Konsekuensi dari sistem tersebut adalah perlunya disusun modul pembelajaran pendidikan kesetaraan yang memungkinkan peserta didik untuk belajar dan melakukan evaluasi ketuntasan secara mandiri.

Tahun 2017 Direktorat Pembinaan Pendidikan Keaksaraan dan Kesetaraan, Direktorat Jendral Pendidikan Anak Usia Dini dan Pendidikan Masyarakat mengembangkan modul pembelajaran pendidikan kesetaraan dengan melibatkan pusat kurikulum dan perbukuan kemdikbud, para akademisi, pamong belajar, guru dan tutor pendidikan kesetaraan. Modul pendidikan kesetaraan disediakan mulai paket A tingkat kompetensi 2 (kelas 4 Paket A). Sedangkan untuk peserta didik Paket A usia sekolah, modul tingkat kompetensi 1 (Paket A setara SD kelas 1-3) menggunakan buku pelajaran Sekolah Dasar kelas 1-3, karena mereka masih memerlukan banyak bimbingan guru/tutor dan belum bisa belajar secara mandiri.

Kami mengucapkan terimakasih atas partisipasi dari Pusat Kurikulum dan Perbukuan Kemdikbud, para akademisi, pamong belajar, guru, tutor pendidikan kesetaraan dan semua pihak yang telah berpartisipasi dalam penyusunan modul ini.

Jakarta, Desember 2017
Direktur Jenderal

Harris Iskandar

Daftar Isi

E-KTP

Petunjuk Penggunaan Modul

Modul ini mengulas tentang penerapan konsep fungsi sebagai pemetaan seperti pemetaan identitas penduduk melalui program E-KTP (KTP elektronik) serta permasalahan sehari-hari lainnya yang berkaitan dengan fungsi. Pembahasan diawali dengan menggali dan menemukan konsep tentang relasi dan fungsi, menemukan notasi fungsi, daerah asal, daerah hasil serta sketsa grafik dari fungsi linear, fungsi kuadrat dan fungsi rasional, rancangan pengembangan pemahaman fungsi komposisi dan fungsi invers menggunakan contoh prosedur penyusunan E-KTP serta maslah lainnya yang relevan. Selanjutnya, mengidentifikasi masalah kontekstual yang berhubungan dengan fungsi komposisi dan fungsi invers, membuat model matematikanya serta menyelesaikannya

Selain penjelasan mengenai materi yang ditampilkan, modul ini juga dilengkapi dengan latihan untuk menguji pemahaman dan penguasaan dari peserta didik terhadap materi yang telah dipelajarinya. Modul ini disusun dengan bahasa yang sederhana, dan dibuat berurutan sesuai dengan urutan materi yang terlebih dahulu perlu dikuasai. Untuk itu, sebelum mempelajari modul ini sebaiknya.

1. Baca pengantar modul untuk mengetahui arah pengembangan modul
2. Membaca kompetensi dasar dan tujuan yang ingin dicapai melalui modul.
3. Agar memperoleh gambaran yang utuh mengenai modul, maka pengguna perlu membaca dan memahami peta konsep.
4. Mempelajari modul secara berurutan agar memperoleh pemahaman yang utuh.
5. Ikuti semua tahapan dan petunjuk yang ada pada modul ini.

Tujuan Pembelajaran Modul

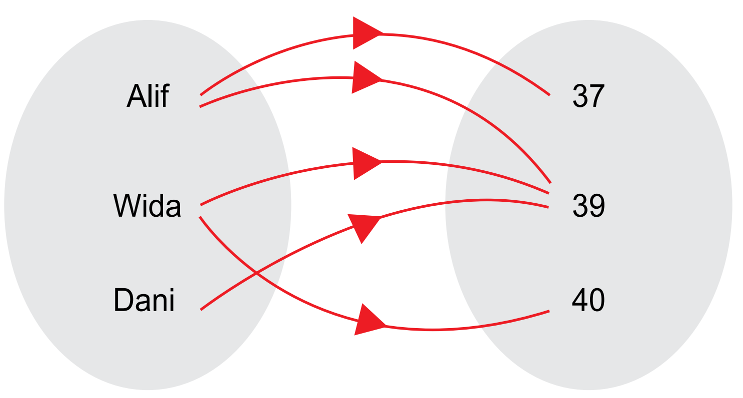
Tujuan pembelajaran modul ini, agar Anda:

1. Memahami konsep, operasi dan karakteristik relasi dan fungsi dan penggunaanya dalam menyelesaikan kehidupan sehari-hari

2. Terampil melakukan operasi matematika yang melibatkan fungsi serta penggunaanya dalam menyelesaikan kehidupan sehari-hari
3. Terbentuk dan memiliki sikap kemandirian, bertindak logis, tidak mudah menyerah dan percaya diri menggunakan matematika dalam pengembangan kehidupan ekonomi dan masalah lainnya sehari-hari

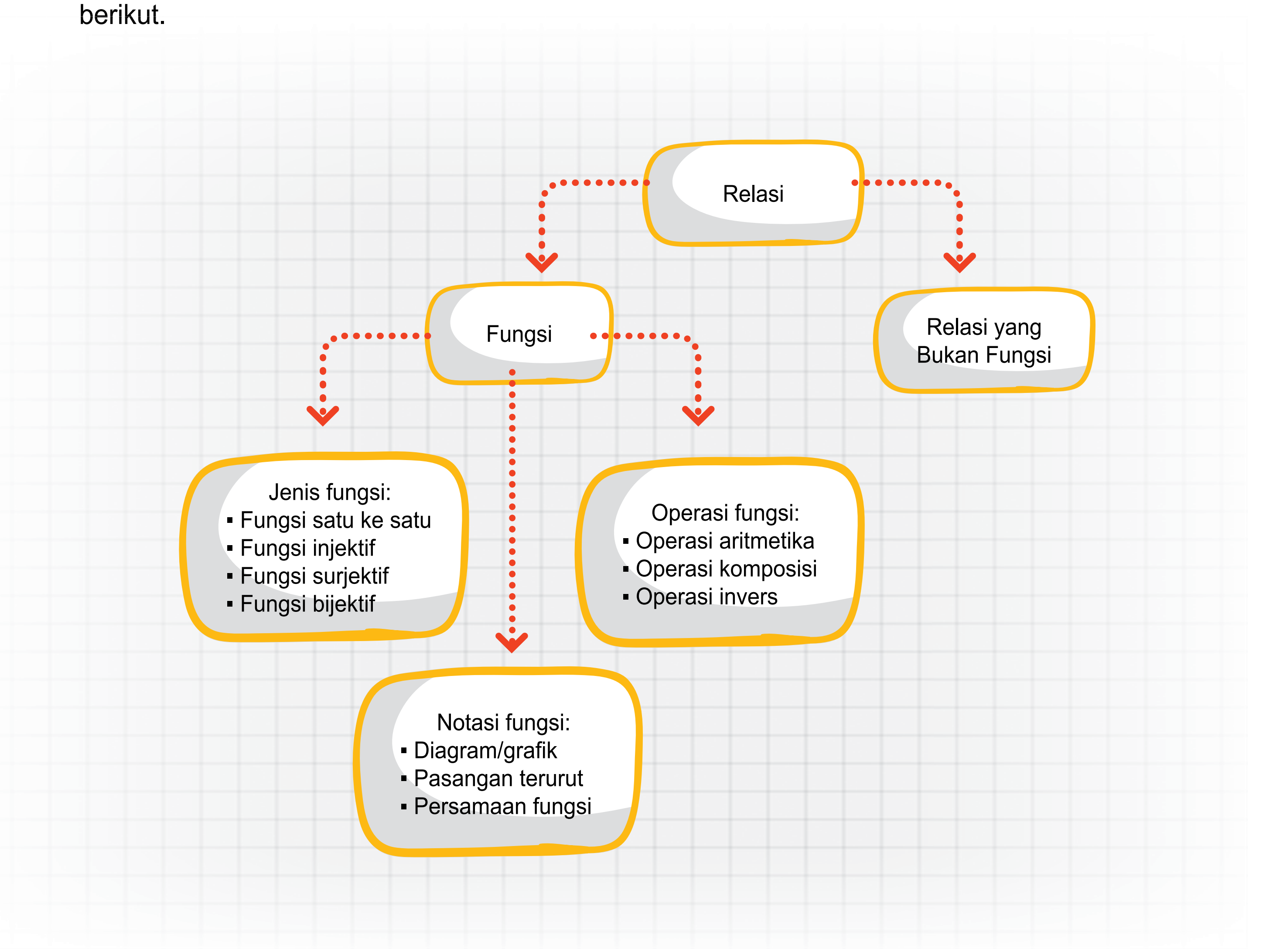
Pengantar Modul

Setiap orang tentu memiliki ukuran sepatu, kemeja, atau celana masing-masing. Misalnya, ukuran sepatu Alif adalah 37, Wida adalah 39, Dani adalah 41, Kiki dan Hasan adalah 40. Setiap orang memiliki ukuran unik (tunggal) dan beberapa orang bisa memiliki ukuran sepatu yang sama, misalnya Kiki dan Hasan. Tetapi, tidak ada orang yang memiliki ukuran sepatu lebih dari satu. Kita menyatakan hubungan atau relasi ini sebagai fungsi dan dapat digambarkan pada diagram panah berikut.



Hubungan tersebut dapat pula dituliskan dalam bentuk pasangan terurut: (Alif, 37), (Wida, 39), (Hasan, 40), (Kiki, 40), dan (Dani, 41). Banyak kejadian lain yang berupa fungsi misalnya: ukuran tubuh dengan ukuran kemeja, siswa di kelasmu dengan nilai matematika, sebuah senapan dengan daerah sasarannya. Demikian juga dengan adanya program E-KTP, di mana setiap orang memiliki nomor induk kependudukan (NIK) yang tidak sama dengan orang lain. Hubungan NIK dengan individu seseorang merupakan fungsi pemetaan yang informasi kependudukan orang yang bersangkutan.

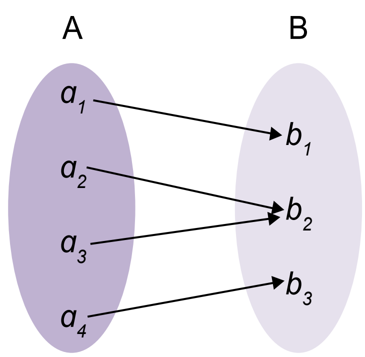
Dengan e-KTP diharapkan seseorang tidak lagi berpeluang memiliki lebih dari satu KTP karena telah menggunakan sistem basis data terpadu yang menghimpun data penduduk dari seluruh Indonesia. Pembahasan dimulai pengertian pengertian relasi dan fungsi, notasi, daerah asal dan daerah hasil, jenis dan sifat fungsi dengan menggunakan peristiwa kontekstual sehari-hari; sketsa dan karakteristik grafik fungsi. Selanjutnya, dibahas tentang operasi aljabar fungsi, komposisi dan invers fungsi. Peta konsep dari materi pelajaran ini dapat digambarkan sebagai berikut.



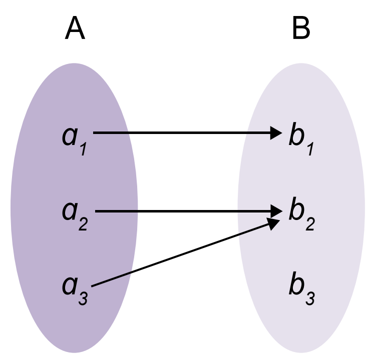
UNIT 1 KONSEP RELASI DAN FUNGSI

Tujuan dari mempelajari materi pembelajaran ini adalah untuk menggali informasi dan mengidentifikasi tentang konsep relasi dan fungsi yang didapatkan dari masalah-masalah kontekstual yang disajikan. Menentukan notasi fungsi, daerah asal, daerah hasil, ekspresi simbolik fungsi, serta skesta grafik fungsi linear, fungsi kuadrat dan fungsi rasional dengan menggunakan contoh dan peristiwa konstekstual.

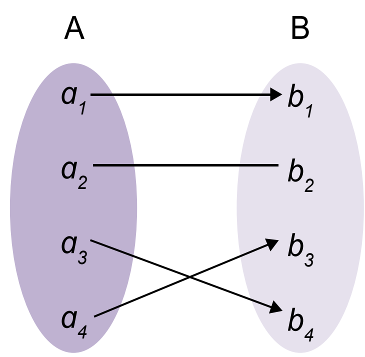
Sekarang perhatikan relasi atau anggota himpunan A ke himpunan B pada diagram panah berikut



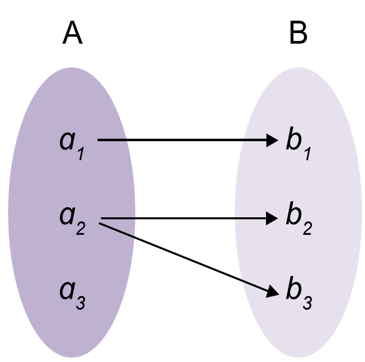
(i)



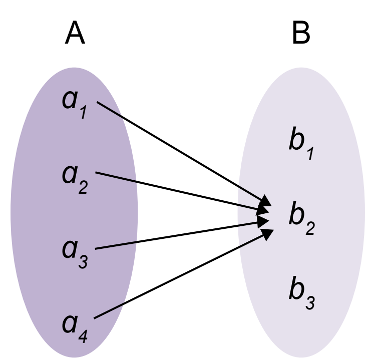
(ii)



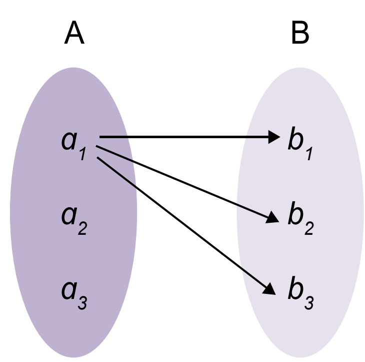
(iii)



(iv)



(v)



(vi)

Relasi pada gambar (i) adalah fungsi atau pemetaan, yaitu semua anggota di himpunan A mempunyai teman atau dipasangkan dengan anggota di himpunan B. Jenisnya adalah fungsi surjektif, yaitu semua anggota di himpunan B mendapatkan teman atau pasangan dari A (tidak ada yang terlewat)

Relasi pada gambar (ii) dan (v) adalah fungsi/pemetaan. Jenisnya adalah fungsi injektif, karena ada satu anggota di himpunan B tidak mendapatkan teman atau pasangan dari A (ada yang terlewat)

Relasi pada gambar (iii) adalah fungsi/pemetaan. Jenisnya adalah fungsi bijektif (satu-satu), karena semua anggota di himpunan B mendapatkan satu teman atau pasangan dan hanya satu.

Relasi pada gambar (iv) bukan fungsi/pemetaan. Terdapat anggota di himpunan A yang tidak mempunyai teman atau dipasangkan dengan anggota di himpunan B

Relasi pada gambar (vi) bukan fungsi/pemetaan. Terdapat anggota di himpunan A yang tidak mempunyai teman atau dipasangkan dengan anggota di himpunan B

Apabila antara anggota A dan anggota B tidak ada hubungan, maka himpunan A dan B tidak berelasi.

Fungsi adalah pemetaan dari himpunan A ke himpunan B dimana suatu relasi khusus dengan setiap anggota A dipasangkan dengan tepat satu anggota dari B. Konsep satu orang satu NIK atau one person one number, jika dihubungkan dengan konsep yang ada di matematika merupakan dasar dari konsep pemetaan atau “fungsi”, yaitu setiap orang hanya mempunyai satu Nomor Induk Kependudukan berarti setiap warga negara hanya mempunyai satu anggota saja atau satu kartu saja dan tidak bisa mempunyai nomor ganda.

Definisi 1

Relasi adalah suatu hubungan dari himpunan A ke himpunan B

Definisi 2

Fungsi atau pemetaan adalah suatu relasi dari himpunan A ke himpunan B dengan meng-awankan setiap anggota himpunan A tepat dengan satu anggota dari himpunan B

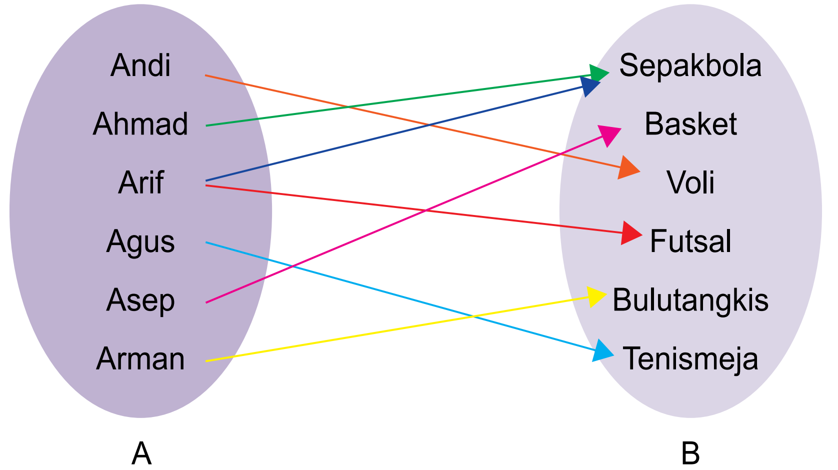
Dari dua definisi diatas, bisa kita katakan dengan cara yang sederhana "setiap fungsi pasti merupakan relasi, namun setiap relasi belum tentu merupakan fungsi".

Contoh 1

Misalkan A = {Andi, Ahmad, Arif, Agus, Asep, Arman} dan B = {sepakbola, basket, voli, futsal, bulutangkis, tenis meja}. Olahraga sepakbola disukai oleh Ahmad dan Arif, olahraga basket disukai Asep, olahraga voli disukai oleh Andi, olahraga Futsal digemari oleh Arif, olahraga bulutangkis disukai Arman dan yang menyukai tenismeja adalah Agus. Jika relasi antara himpunan A ke himpunan B dinyatakan dalam "hobi". Tunjukkan dalam diagram panah relasi tersebut dan dalam himpunan pasangan berurutan !

Jawab

Berikut relasi "hobi" dan dijabarkan dalam diagram panah dibawah ini



Dari diagram panah diatas, diperoleh himpunan pasangan berurutan = {(Andi, Voli), (Ahmad, Sepakbola), (Arif, Sepakbola), (Arif, Futsal), (Agus, Tenismeja), (Asep, Basket), (Arman, Bulu-tangkis)}

Contoh 2

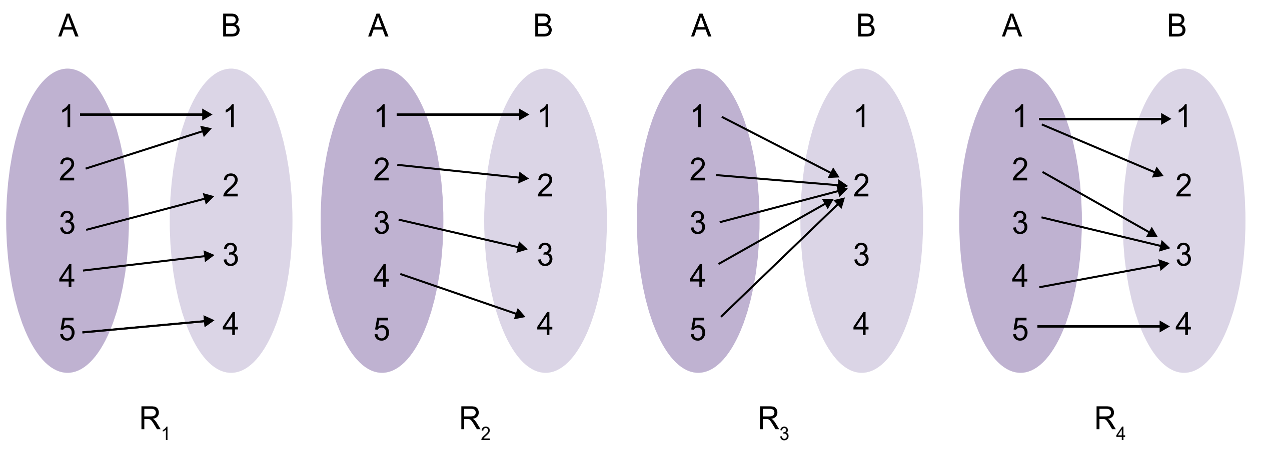
Diketahui himpunan-himpunan A = {1,2,3,4,5} dan B = {1,2,3,4}. Relasi-relasi berikut ini adalah relasi dari himpunan A ke himpunan B.

a) R1 = {(1,1), (2,1), (3,2), (4,3), (5,4)}
b) R2 = {(1,1), (2,2), (3,3), (4,4)}
c) R3 = {(1,2), (2,2), (3,2), (4,2), (5,2)}
d) R4 = {(1,1), (1,2), (2,3), (3,3), (4,3), (5,4)}

Dari relasi-relasi diatas, manakah yang merupakan fungsi dan manakah yang bukan merupakan fungsi?

Jawab

Dari keempat relasi, akan dijabarkan diagram panahnya masing-masing



Kita analisis satu persatu,

- R1 termasuk dalam kategori fungsi/pemetaan, karena semua anggota di himpunan A mempunyai teman di himpunan B.
- R2 bukan termasuk fungsi/pemetaan, karena ada anggota di himpunan A yang tidak mempunyai teman di himpunan B namun bisa dikatakan relasi.
- R3 termasuk dalam kategori fungsi/pemetaan, karena semua anggota di himpunan A mempunyai teman di himpunan B.
- R4 bukan termasuk fungsi/pemetaan, karena ada anggota di himpunan A yang mempunyai teman lebih dari satu di himpunan B namun bisa dikatakan relasi..

KEGIATAN 1

Pahami beberapa masalah dibawah ini, kemudian selesaikan menurut pemahaman saudara!

1. Misalkan A adalah himpunan dari semua warga belajar di Paket C yang ada ditempat saudara, dan B = {motor, angkot, bus, sepeda, jalan kaki}. Buatlah relasi "ke tempat belajar dengan" dari himpunan A ke himpunan B dengan menggunakan diagram panah.
2. Carilah nama-nama teman sebanyak 5 warga belajar yang mengikuti program Paket C ditempat saudara. Misalkan A adalah himpunan nama-nama teman saudara tadi, dan B = {1, 2, 3, 4, 5}. Buatlah
   a. Diagram panah dengan relasi "anak nomor ke" dari himpunan A ke himpunan B
   b. Tulislah relasi tersebut sebagai pasangan terurut
3. Dari gambar disamping, sampaikan pendapat saudara dalam sebuah diagram panah, kegemaran masing-masing teman-teman saudara di Program Paket C sesuai dengan tampilan gambar makanan disamping.

Jika suatu fungsi diberi nama *f*, maka fungsi tersebut ditulis dengan lambang atau notasi sebagai berikut.

$f : A \rightarrow B$ (dibaca: *f* memetakan A ke B)

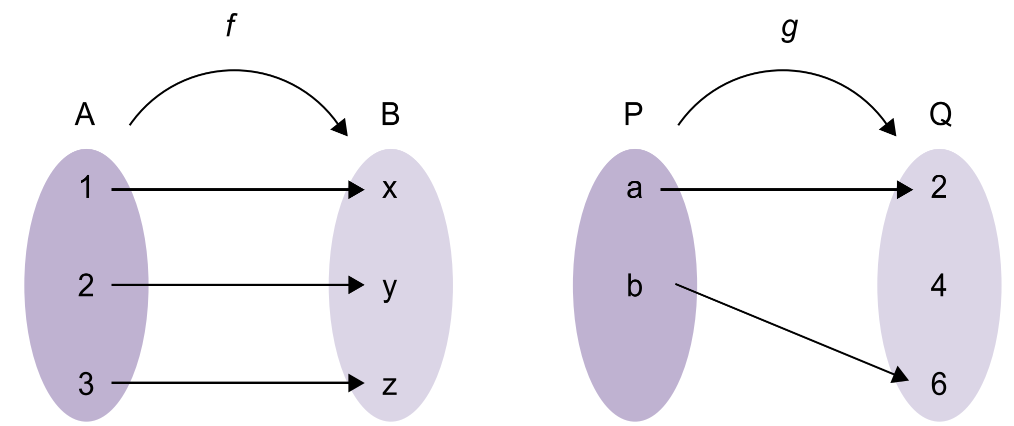
Aturan yang menghubungkan unsur-unsur dalam himpunan A dengan unsur-unsur dalam himpunan B tidak diperlihatkan. Jika f memetakan $a \in A$ ke $p \in B$, dikatakan "p adalah peta a oleh f" dan ditulis f (a) = p dan jika f memetakan $b \in A$ ke $q \in B$, dikatakan "q adalah peta b oleh f" dan ditulis f (b) = q.

Peta dari $x \in A$ oleh fungsi f sering dituliskan sebagai f(x) dan bentuk f(x) disebut rumus atau notasi bagi fungsi f. Sebagai contoh fungsi f : x → x2 – 2x + 3 dapat dinyatakan.

a. Rumus untuk fungsi f adalah f(x) = x2 – 2x + 3 dengan $x \in R$.
b. Peta dari 0 adalah f(0) = (0)2 – 2(0) + 3 = 3,
   Peta dari 1 adalah f(1) = (1)2 – 2(1) + 3 = 2,
   Peta dari 2 adalah f(2) = (2)2 – 2(2) + 3 = 3, … dan seterusnya.
   Ingat bahwa f(0) adalah nilai fungsi f(x) untuk x = 0. Jadi, secara umum f(a) = a2 – 2a + 3 adalah nilai fungsi f untuk x = a.

c. Grafik fungsi *f* digambarkan dengan persamaan y = x2 – 2x + 3

Dalam fungsi atau pemetaan dikenal tiga daerah atau wilayah, yaitu: daerah asal (*domain*), daerah kawan (*kodomain*) dan daerah hasil (*range*). Secara sederhana untuk membedakan manakah domain, kodomain dan range dari contoh dibawah ini.



(a) Fungsi $f : A \rightarrow B$

Domain : D_f = {1, 2, 3}

Kodomain : K_f = {x, y, z}

Range : R_f = {x, y, z}

(b) Fungsi $g : P \rightarrow Q$

Domain : D_g = {a, b}

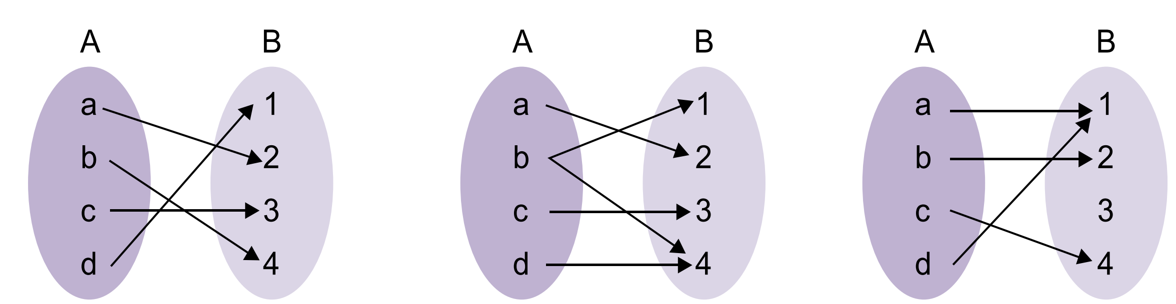
Kodomain : K_f = {2, 4, 6}

Range : R_f = {2, 6}

KEGIATAN 2

Pahami soal berikut dengan seksama, selesaikan dan tuliskan di kolom jawaban yang sudah tersedia!

1. Dari diagram panah berikut. Manakah yang merupakan fungsi?



2. Diketahui A = {1, 2, 3, 4} dan B = {a, b, c}. Apakah relasi-relasi dari A ke B berikut merupakan fungsi? Jika tidak coba selidiki mengapa?
   a. R_1 = {(1, a), (3, b), (4, c)}
   b. R_2 = {(1, c), (2, b), (3, c), (4, c)}
   c. R_3 = {(1, a), (2, a), (3, a), (4, a)}
   d. R_4 = {(1, b), (2, b), (3, a), (4, c)}
3. Fungsi f: R R ditentukan dengan f(x) = 2x
   a. Tentukan nilai dari f(0), f(1), f(-2) dan f(2)
   b. Tentukan nilai a jika f(a) = 12
4. Gambarkan diagram panah dari pasangan berurut berikut.
   a. (3,4), (4, 5), (2, 6), dan (7, 8)
   b. (a, b), (c, d), (e, b), dan (k, f)
   c. (1, b), (2, b), (3, c), dan (4, c)

   Manakah yang merupakan fungsi? Jelaskan.
5. Berikut adalah daftar harga berbagai barang.

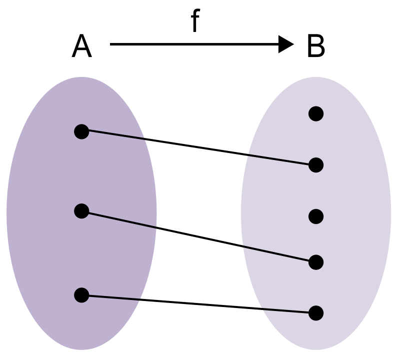
No	Nama Barang	Harga
1	Penghapus	Rp 550,00
2	Buku	Rp 750,00
3	Pensil	Rp 550,00
4	Penggaris	Rp 750,00
5	Busur derajat	Rp 910,00
6	Jangka	Rp 1310,00

   a. Nyatakan nama barang dan harga dalam diagram panah dan pasangan terurut.
   b. Apakah diagram tersebut berupa fungsi? Jelaskan
6. Sebuah fungsi dapat pula digambarkan dalam bidang koordinat. Gambarkan pasangan terurut berikut dalam bidang koordinat.
   a. (-1, 1), (-2, 2), (-3, 3), dan (-4, 4)
   b. (6, 3), (4, 1), (2, -1), dan (0, -3)
   c. (-1, 3), (-2, 1), (-3, -3), dan (-4, -5)
7. Sebuah studi menunjukkan bahwa prestasi siswa berkaitan dengan waktu yang digunkannya untuk belajar di rumah. Hubungan tersebut adalah (2, 85), (3, 90), dan (1, 76). Apakah hubungan ini sebuah fungsi? Jelaskan.
8. Sebuah penelitian menemukan bahwa terdapat hubungan antara jumlah aspirin yang diminum seseorang pasien dengan waktu demam flunya. Hubungan tersebut adalah (2, 3), (2, 5), 3, 4), dan (3, 5). Apakah hubungan ini sebuah fungsi? Jelaskan.

Sifat-sifat fungsi terbagi menjadi menjadi 3 sifat yaitu sifat injektif, sifat surjektif dan sifat bijektif.

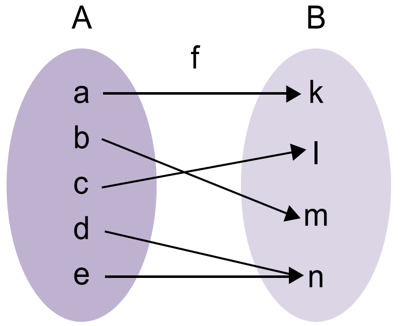
1. Fungsi Satu-satu (injektif atau Into)

Fungsi f dari A ke B merupakan fungsi injektif jika dua unsure berbeda di A dipasangkan dengan tepat satu unsur yang berbeda pula di B. Dengan kata lain fungsi f merupakan fungsi injektif jika $x_1.x_2 \in D_f$ dengan $x_1 \neq x_2$ maka $f(x_1) \neq f(x_2)$. D_f daerah asal fungsi f. Sebagai contoh diagram berikut.



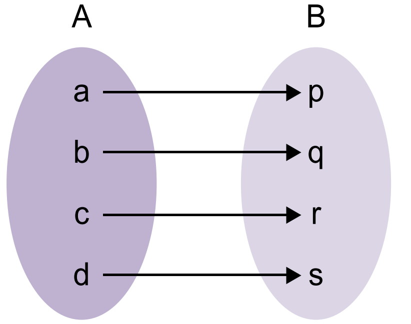
2. Fungsi Pada (Surjektif atau Onto)

Fungsi f dari A ke B merupakan fungsi surjektif jika daerah hasilnya sama dengan daerah kawannya (R_f = B). Sebagai contoh diagram berikut



3. Fungsi Korespondensi Satu-satu (Bijektif)

Suatu fungsi dikatakan bijektif jika fungsi tersebut merupakan fungsi injektif sekaligus surjektif. Sebagai contoh diagram berikut



Misalkan fungsi f(x) dan fungsi g(x) masing-masing dengan daerah D_f dan D_g, maka

- Jumlah fungsi f(x) dan fungsi g(x) adalah (f + g)(x) = f(x) + g(x) dengan daerah asal $D_{f+g} = D_f \cap D_g$
- Selisih fungsi f(x) dan fungsi g(x) adalah (f - g)(x) = f(x) - g(x) dengan daerah asal $D_{f\text{-}g} = D_f \cap D_g$
- Perkalian fungsi f(x) dan fungsi g(x) adalah (f g)(x) = f(x) - g(x) dengan daerah asal $D_{f.g} = D_f \cap D_g$
- Pembagian fungsi f(x) dan fungsi g(x) adalah $\left(\frac{f}{g}\right)(x) = \left(\frac{f(x)}{g(x)}\right)$ dengan daerah asal $D_{\frac{f}{g}} = D_f \cap D_g$ dan g(x) ≠ 0
- Perpangkatan f(x) dengan pangkat n adalah $f^n(x) = [f(x)]^n$

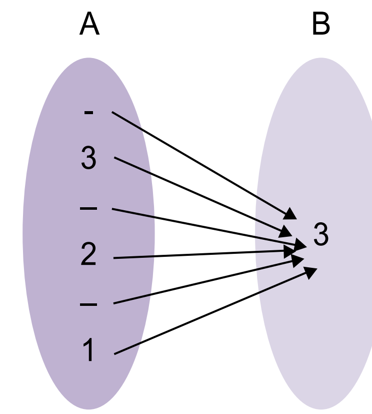
Jenis-jenis Fungsi

Terdapat berbagai jenis fungsi. Di antaranya adalah sebagai berikut

1. Fungsi Konstan

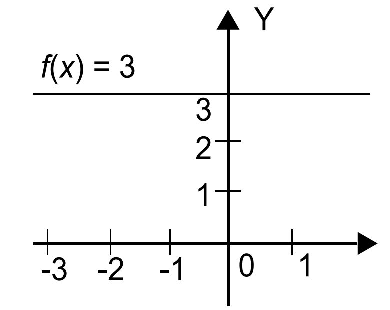
Dalam kehidupan sehari-hari sebenarnya ada yang menggunakan prinsip dari fungsi kosntan.

Layanan angkutan umum yang mengantarkan semua orang dengan tarif yang sama semua, tanpa melihat jarak dekat maupun jauh. Semua terintegrasi menjadi satu biaya yaitu sebesar Rp. 3.500,-. Ini yang dinamakan konsep dari fungsi konstan, seperti gambar dan diagram berikut



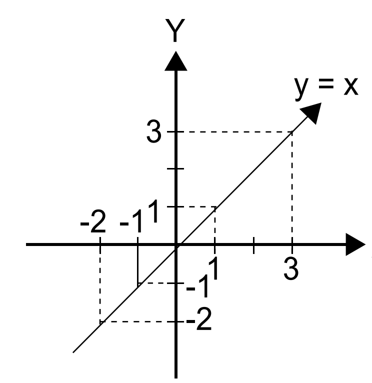
x	-3	-2	-1	0	1
f(x)	3	3	3	3	3

Grafik



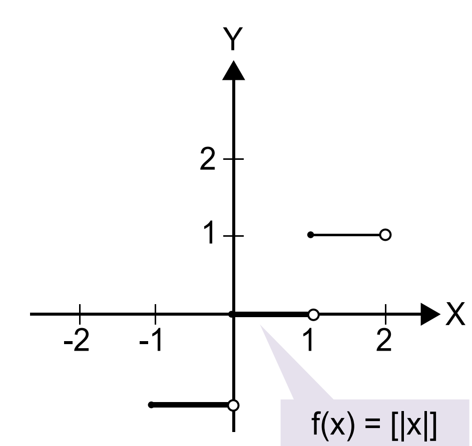
2. Fungsi Identitas

Fungsi identitas adalah fungsi y = f(x) dengan f(x) = x untuk semua nilai x dalam daerah asalnya. Fungsi identitas ditunjukkan dalam gambar berikut ini.



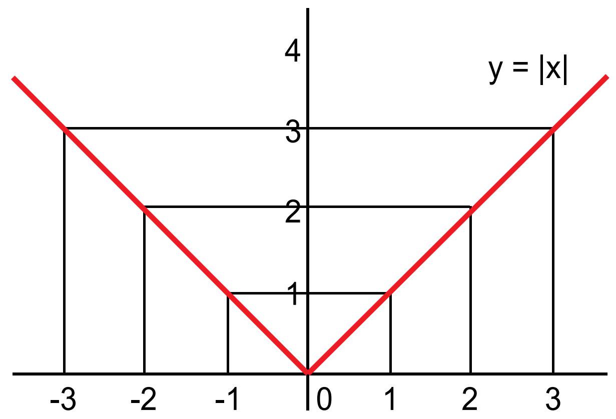
3. Fungsi Tangga atau bilangan bulat terbesar

Fungsi tangga atau fungsi bilangan bulat terbesar adalah fungsi y = f(x) dengan f(x) = ⟦x⟧ untuk semua nilai x dalam daerah asalnya. Bentuk ⟦x⟧ dibaca sebagai "nilai bulat terbesar x". Fungsi bilangan bulat terbesar ditunjukkan dalam gambar berikut ini.



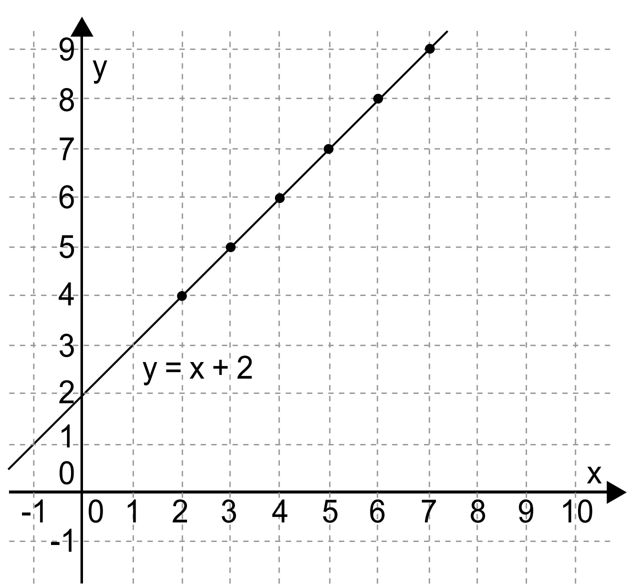
4. Fungsi Modulus

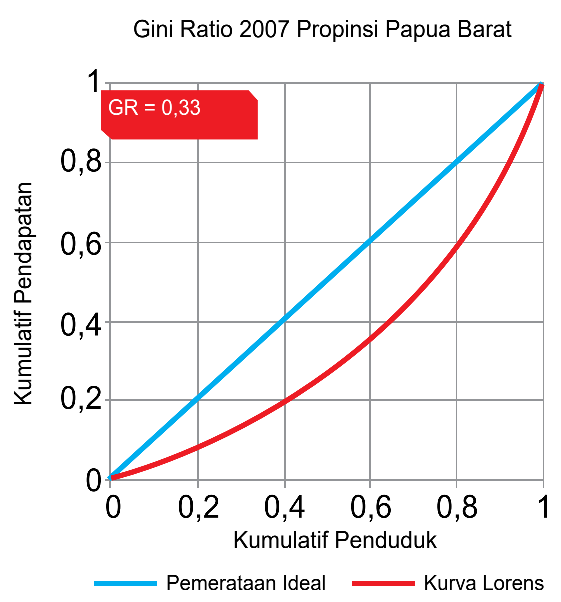
Fungsi modulus atau fungsi nilai mutlak adalah fungsi y = f(x) dengan f(x) = |x| untuk semua nilai x dalam daerah asalnya. Bentuk |x| dibaca sebagai “nilai mutlak x”. Fungsi modulus atau nilai mutlak ditunjukkan dalam diagram berikut ini.



5. Fungsi linear

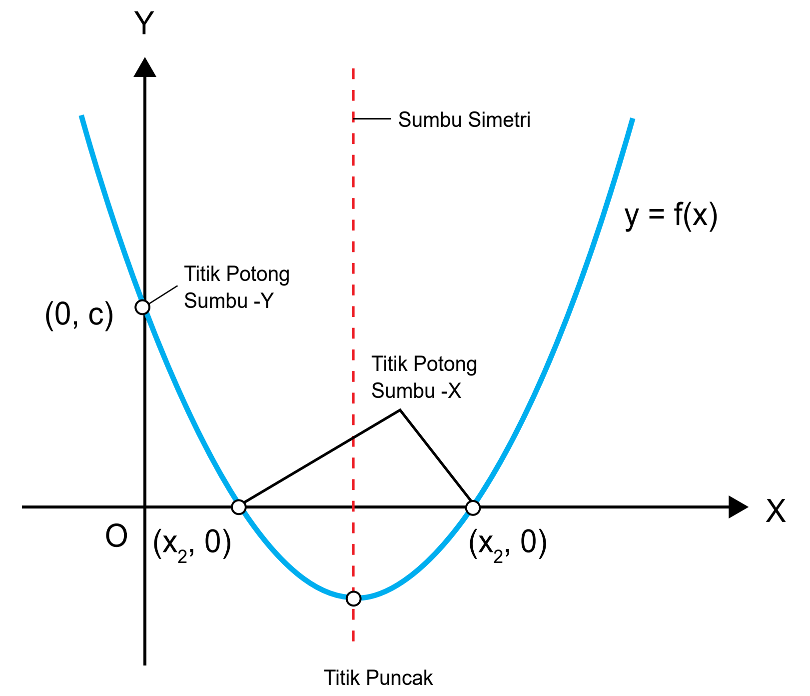
Fungsi linear ada;ah fungsi y = f(x) dengan f(x) = ax + b (a dan b ∈ R, a ≠ 0) untuk semua x dalam daerah asalnya. Grafik fungsi y = f(x) = ax + b dalam bidang Cartesius berupa garis lurusyang tidak sejajar dengan sumbu x dan sumbu y. Secara sederhana diitunjukkan dalam gambar dibawah ini.





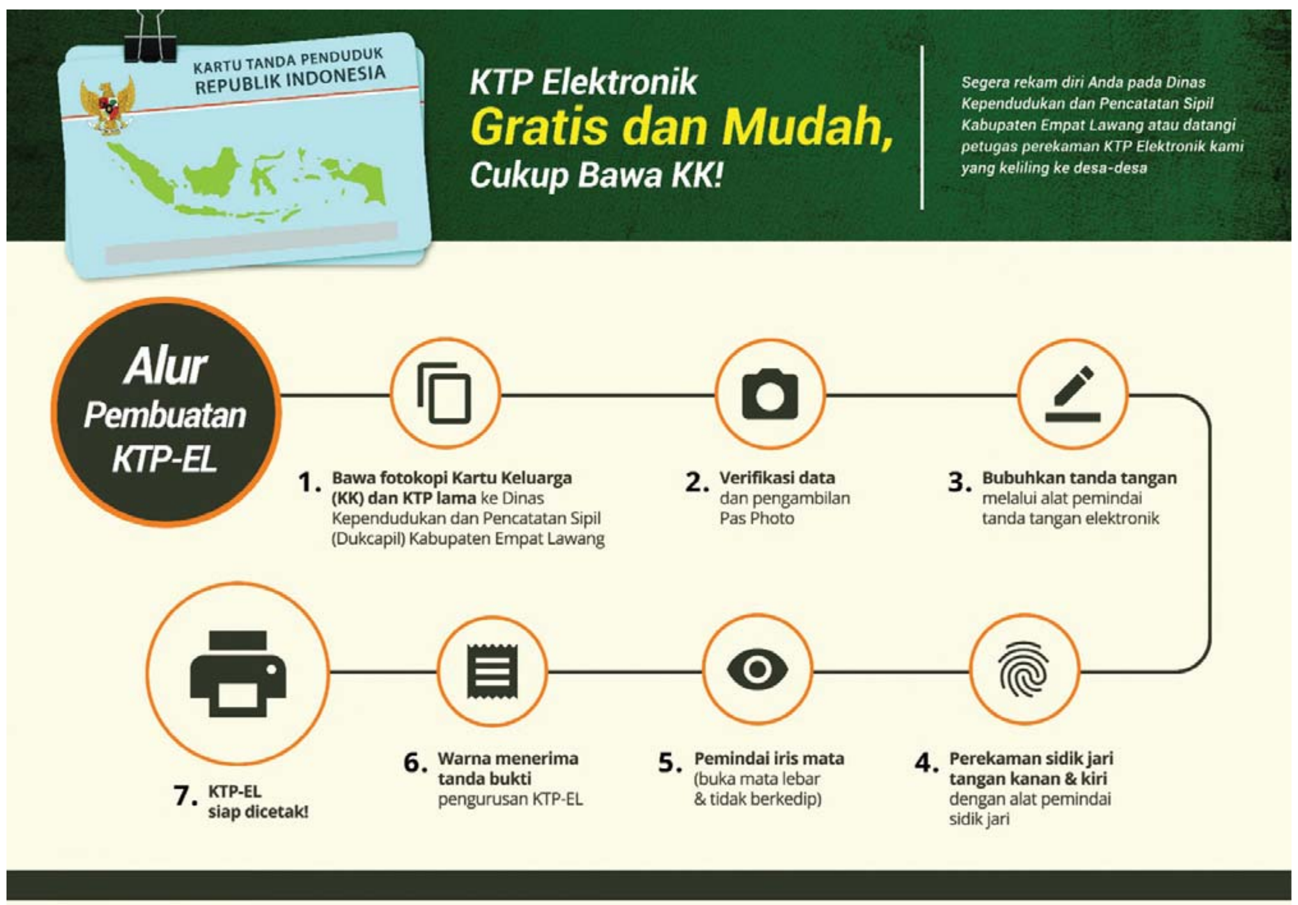
6. Fungsi kuadrat

Fungski kuadrat adalah fungsi y = f(x) = ax2 + bx + c (a, b dan c ∈ R, a ≠ 0) untuk semua nilai x dalam daerah asalnya. Bentuk fungsi kuadrat ditunjukkan dalam gambar dibawah ini



UNIT 2 OPERASI DAN KOMPOSISI FUNGSI

Tujuan dari mempelajari materi pembelajaran ini adalah untuk menggali materi-materi tentang konsep komposisi dan invers kemudian operasi-operasi pada fungsi komposisi dan invers beserta sifat-sifatnya dengan menggunakan contoh seperti prosedur pengajuan E-KTP, peristiwa kontekstual, serta masalah sehari-hari lainnya, menemukan dan menggunakan konsep tersebut dalam menyelesaikan soal.



Komposisi atau operasi fungsi secara umum dilakukan untuk menghasilkan nilai tertentu setelah melalui tahapan/prosedur operasi tertentu. Hal ini banyak diterapkan dalam kehidupan sehari-hari, misalkan tata cara mandi tahapan adalah melepas baju baru dilanjutkan dengan mandi, jika dibalik akan berbeda hasilnya.

Demikian juga dalam membuat e-KTP yang valid atau absah bagi seseorang, dilakukan dengan operasi atau prosedur tertentu misalnya pemeriksaan berkas pengajuan, pengisian data kependudukan, pengambilan foto, tanda tangan, sidik jari dan retina mata, dan pencetakan KTP. Apabila prosedur terbalik atau terlewati, tentu akan berbeda hasilnya. Hal yang serupa juga berlaku untuk penyusunan KK, SIM, STNK, dan sebagainya yang merupakan penerapan konsep dari fungsi komposisi

Walaupun fungsi bukan bilangan, namun kita dapat melakukan operasi penjumlahan, pengurangan, perkalian dan pembagian, maupun operasi perpangkatan dan penarikan akar. Misalkan $f(x) = (x - 3)/2$ dan $g(x) = \sqrt{x}$, maka kita dapat mendefinisikan fungsi baru:

(1) $(f + g)(x) = f(x) + g(x) = (x - 3)/2 + \sqrt{x}$, daerah asal dari f + g merupakan irisan dari daerah asal f dan g, yaitu $D_{f+g} = Df \cap Dg$

(2) $(f - g)(x) = f(x) - g(x) = (x - 3)/2 - \sqrt{x}$, daerah asal dari f – g merupakan irisan dari daerah asal f dan g, yaitu $D_{f+g} = Df \cap Dg$

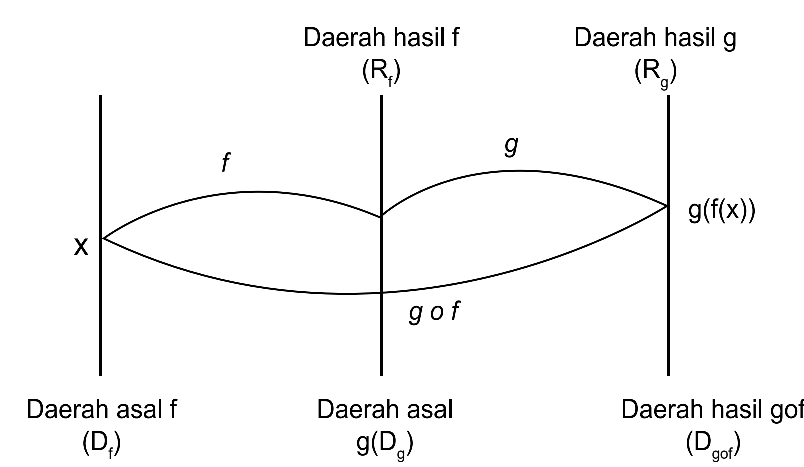
(3) $(f/g)(x) = f(x)/g(x) = [(x - 3)/2]/\sqrt{x} = (x - 3)/(2\sqrt{x})$, daerah asal dari f/g merupakan irisan dari daerah asal f dan g dan $g \neq 0$, yaitu $D_{f+g} = Df \cap Dg - \{0\}$

Apabila fungsi f diibaratkan sebuah senapan, maka daerah asalnya adalah peluru dan daerah hasilnya adalah sasaran tembak. Tidak mungkin satu peluru mengenai beberapa sasaran berbeda, tetapi satu sasaran dapat dikenai beberapa peluru. Demikian juga dengan fungsi $y = f(x)$, satu nilai $x \varepsilon Df$ dikaitkan atau dipasangkan dengan nilai unik dari $y \varepsilon Rf$. Inilah yang membedakan fungsi dengan relasi lainnya.

Sekarang, jika f diibaratkan dengan mesin, maka fungsi f menerima masukan x dan menghasilkan keluaran berupa f(x). Kita dapat menciptakan beberapa mesin yang bekerja bersama. Misalnya, f menerima masukan x, menghasilkan f(x) dan fungsi g menerima f(x) dan menghasilkan g[f(x)]. Dikatakan, kita telah menyusun g dengan f. Fungsi yang dihasilkan disebut komposit g dengan f, dinyatakan dengan g o f (dibaca"g noktah f atau g o f"). Jadi, dapat didefinisikan

$$(g \circ f)(x) = g[f(x)]$$

Bagaimana dengan daerah asal dari fungsi komposisi? Perhatikan diagram berikut.



Dari gambar berikut, jelas bahwa daerah definisi dari g o f, $D_{g \circ f} = Rf \cap Dg$.

Dengan demikian, komposisi fungsi g o f dapat didefinisikan apabila $D_{g \circ f} = Rf \cap Dg \neq \phi$.

Apabila $f(x) = (x - 3)/2$ dan $g(x) = \sqrt{x}$, maka $D_f = R$; $R_f = R$ dan $D_g = [0, \infty)$; $R_g = [0, \infty)$

$(g \circ f)(x) = g[f(x)] = g[(x - 3)/2] = \sqrt{\frac{x - 3}{2}}$

$(f \circ g)(x) = f[g(x)] = f(\ ) = (\ - 3)/2$

Sehingga $D_{g \circ f} = Rf \cap Dg = R \cap [0, \infty) = [0, \infty)$ dan

$D_{f \circ g} = Rg \cap Df = [0, \infty) \cap R = [0, \infty)$.

Tampak jelas bahwa $g \circ f \neq f \circ g$.

Contoh 1

Jika f fan g dinyatakan dengan rumus fungsi $f(x) = x^2$ dan $g(x) = x + 1$. Tentukan rumus untuk fungsi $(f \circ g)(x)$ dan $(g \circ f)(x)$

Jawab

a. $(f \circ g)(x) = f(g(x))$
$= f(x + 1)$
$= (x + 1)^2$
$= x^2 + 2x + 1$

b. $(g \circ f)(x) = g(f(x))$
$= g(x^2)$
$= x^2 + 1$

Contoh 2

Diketahui fungsi f dan fungsi g dengan himpunan pasangan berurutan berikut.

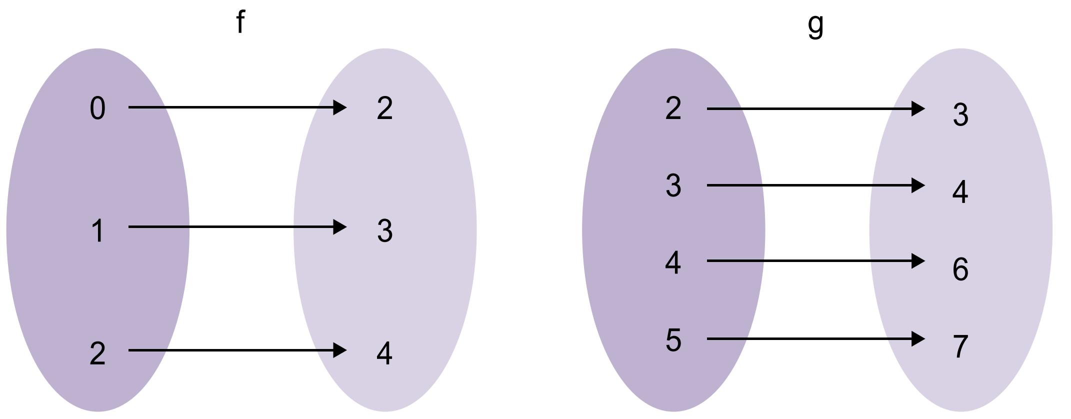
$f = \{(0,2), (1,3), (2,4)\}$

$g = \{(2,3), (3,4), (4,6), (5,7)\}$

Tentukan $g \circ f$ dan $(g \circ f)(2)$

Jawab

➢ Langkah pertama, lihatlah fungsi f kemudian hasilnya dimasukkan ke fungsi g. Untuk lebih jelasnya bisa dilihat dalam diagram panah dibawah ini



Terlihat jalur dari 0 → 2 kemudian 2 → 3 begitupun seterusnya

Untuk $g \circ f = \{(0,3), (1,3), (2,6)\}$

➢ $(g \circ f)(2) = g(\ f(2)\ ) = g(4) = 6$

Contoh 3

Diketahui fungsi f : R R dengan $f(x) = 4x - 1$ dan fungsi g : R R dengan g(x) = x2 + 2

Tentukan

a. $(g \circ f)(x)$
b. $(f \circ g)(x)$
c. $(f \circ g)(2)$
d. $(g \circ f)(-1)$
e. $(g \circ f)(½)$

Jawab

a. $(g \circ f)(x) = g(f(x))$
$= g(4x - 1)$
$= (4x - 1)^2 + 2$
$= 16x^2 - 8x + 1 + 2$
$= 16x^2 - 8x + 3$

b. $(f \circ g)(x) = f(g(x))$
$= f(x^2 + 2)$
$= 4(x^2 + 2) - 1$
$= 4x^2 + 8 - 1$
$= 4x^2 + 7$

c. $(f \circ g)(2) = 4.(2)^2 + 7 = 16 + 7 = 23$
d. $(g \circ f)(-1) = 16.(-1)^2 – 8(-1) + 3 = 16 + 8 + 3 = 27$
e. $(g \circ f)(½) = 16.(½)^2 – 8(½) + 3 = 4 – 4 + 3 = 3$

KEGIATAN 1

1. Isilah titik-titik sesuai dengan pendapat Anda!
2. Kegiatan ini ditujukan untuk membuktikan dan menemukan sifat-sifat fungsi komposisi

Membuktikan Sifat Komutatif

a. Diketahui:

f(x) = 3x + 2

g(x) = x – 2

(f o g) (x) = f(g(x))

= f(………)

= 3(………) + 2

= ….. - ….. + 2

= ……………

(g o f)(x) = g(f(x))

= g(……….)

= (……..) – 2

= ….. + ….. – 2

= ……………

Diperoleh f o g ≠ g o f

Membuktikan Sifat Assosiatif

b. Diketahui :

f(x) = x – 3

g(x) = 2x + 2

h(x) = 5 – x

(f o g)(x) = f(g(x))

= f(……….)

= (……….) – 3

= …… + ……. – 3

= ……………..

((f o g) o h)(x) = (f o g)(h(x))

= (f o g)(………)

= 2(…….. .) – 1

= … - …. – 1

= ……………

(g o f)(x) = g(h(x))

= g(……….)

= 2(……..) + 2

= ….. - ….. + 2

= …………

(f o (g o h))(x) = f((g o h)(x))

= f(………..)

= (………..) – 3

= ….. - …… - 3

= ………………

Diperoleh (f o g) o h = f o (g o h)

KEGIATAN 2

Penugasan

- Lihatlah langkah-langkah penyelesaian sesuai modul diatas.
- Selesaikan permasalahan dibawah dengan langkah-langkah penyelesaian

1. Jika f(x) = 3x - 5 dan g(x) = - x. Tentukan nilai dari (f o g)(x) dan (g o f)(x)!
2. Jika f(x) = x^2 - 1 dan g(x) = $\frac{1}{x}$. Tentukan nilai dari (f o g)(x) dan (go f)(x)!
3. Jika diketahui fungsi-fungsi f dan g dinyatakan dalam bentuk pasangan berurutan sebagai berikut.

   f = {(-3,1), (-2,4), (-1,5), (0,3)}

   g = {(4,-3), (1,-2), (3,-1), (5,0)}

   a. Tentukan nilai dari (f o g) dan (g o f) dalam bentuk pasangan berurutan.
   b. Hitunglah nilai dari:
      i. (f o g)(1)
      ii. (f o g)(5)
      iii. (f o g)(4)
      iv. (g o f)(1)
      v. (g o f)(-3)
      vi. (g o f)(0)
4. Jika f(x) = $\frac{2x + 1}{x - 3}$ dan g(x) = $\frac{4 - 2x}{x + 2}$. Tentukan nilai dari (f o g)(x) dan (f o g)(1)!
5. Jika diketahui fungsi f(x) = x, g(x) = x^2 – 6x dan h(x) = 7 – 3x
   a. (f o g)(x) dan (g o f)(x)
   b. (f o h)(x) dan (h o g)(x)

Dalam banyak hal, sebuah fungsi dapat didekomposisi atau diuraikan dalam beberapa cara. Misalkan, p(x) = $\sqrt{x^2 + 4}$, dapat merupakan komposisi dari

p(x) = f(g(x)) di mana g(x) = $\sqrt{x}$ dan f(x) = x^2 + 4, atau sebagai

g(x) = $\sqrt{x + 4}$ dan f(x) = x^2

Bagaimana mencari salah satu pembentuk atau komponen dari fungsi komposisi? Misalnya, diketahui fungsi f(x) dan (f o g)(x) untuk mencari fungsi g(x) dan sebagainya. Perhatikan contoh berikut.

Contoh 4

Diketahui fungsi komposisi (f o g)(x) = 3x – 2 dan fungsi f(x) = 2x + 1. Tentukan nilai dari g(x)!

Jawab

(f o g)(x) = 3x – 2

f(g(x)) = 3x – 2

f(x) = 2x + 1

f(g(x)) = 2.g(x) + 1

f (g(x)) = f(g(x))

2.g(x) + 1 = 3x – 2

2.g(x) = 3x – 3

g(x) = $\frac{3x-3}{2}$

Contoh 5

Diketahui fungsi komposisi (f o g)(x) = 6x + 3 dan fungsi g(x) = 2x - 3. Tentukan nilai dari f(x)!

Jawab

(f o g)(x) = 6x + 3

f(g(x)) = 6x + 3

f(2x – 3) = 6x + 3

f(p) = 6.($\frac{p + 3}{2}$) + 3

f(p) = 3(p + 3) + 3

f(p) = 3p + 9

Jadi, f(x) = 3x + 9

misalkan, p = 2x - 3

p + 3 = 2x

$\frac{p + 3}{2}$ =x

KEGIATAN 3

Kegiatan ini ditujukan untuk memahami penyelesaian dan menentukan fungsi, jika diketahui fungsi komposisi dan fungsi lainnya.

1. Tentukan rumus untuk fungsi g(x), jika diketahui
   a. f(x) = 4x + 2 dan (f o g)(x) = 12x – 2
   b. f(x) = 4x – 1 dan (f o g)(x) = 2x2 – x + 3

2. Tentukan rumus untuk fungsi f(x), apabila diketahui
   a. g(x) = x + 1 dan (f o g)(x) = 2x – 4
   b. g(x) = 2x + 1 dan (f o g)(x) = 12x2 + 14x – 3

KEGIATAN 4

1. Pahami dari masalah kontekstual dibawah ini!
2. Selesaikan masalah kontekstual tersebut dengan menggunakan langkah-langkah penyelesaian!
   a. Sebuah perusahaan menggunakan dua buah mesin untuk mengubah bahan mentah menjadi bahan jadi. Mesin I mengubah bahan mentah menjadi bahan setengah jadi, dan mesin II mengubah dai bahan setengah jadi menjadi bahan jadi. Mesin I dianalogikan dengan fungsi f(x) = 2x – 3 dan mesin II dianalogikan dengan fungsi x^2.

      a) Apalagi bahan mentah yang digunakan sebanyak x, tentukan persamaan hasil bahan jadi.
      b) Apabila bahan mentah yang digunakan sebanyak 100 kg, berapa banyak hasil produksi?

b. Misalkan jumlah pengeluaran pemerintah dapat diwakilkan oleh fungsi sebagai berikut ini.
   Y = C + I

   Fungsi diatas menyatakan bahwa pendapatan nasional (Y) merupakan fungsi dari konsumsi oleh rumah tangga (C) dan investasi oleh swasta (I). Meskipun demikian, invenstasi juga ditentukan oleh tingkat suku bunga (r) sesuai dengan persaman berikut ini.

I(r) = 250 – 500r

Sementara konsumsi masyarakat juga ditentukan oleh pendapatan nasional (Y) seperti pada pada persamaan berikut ini.

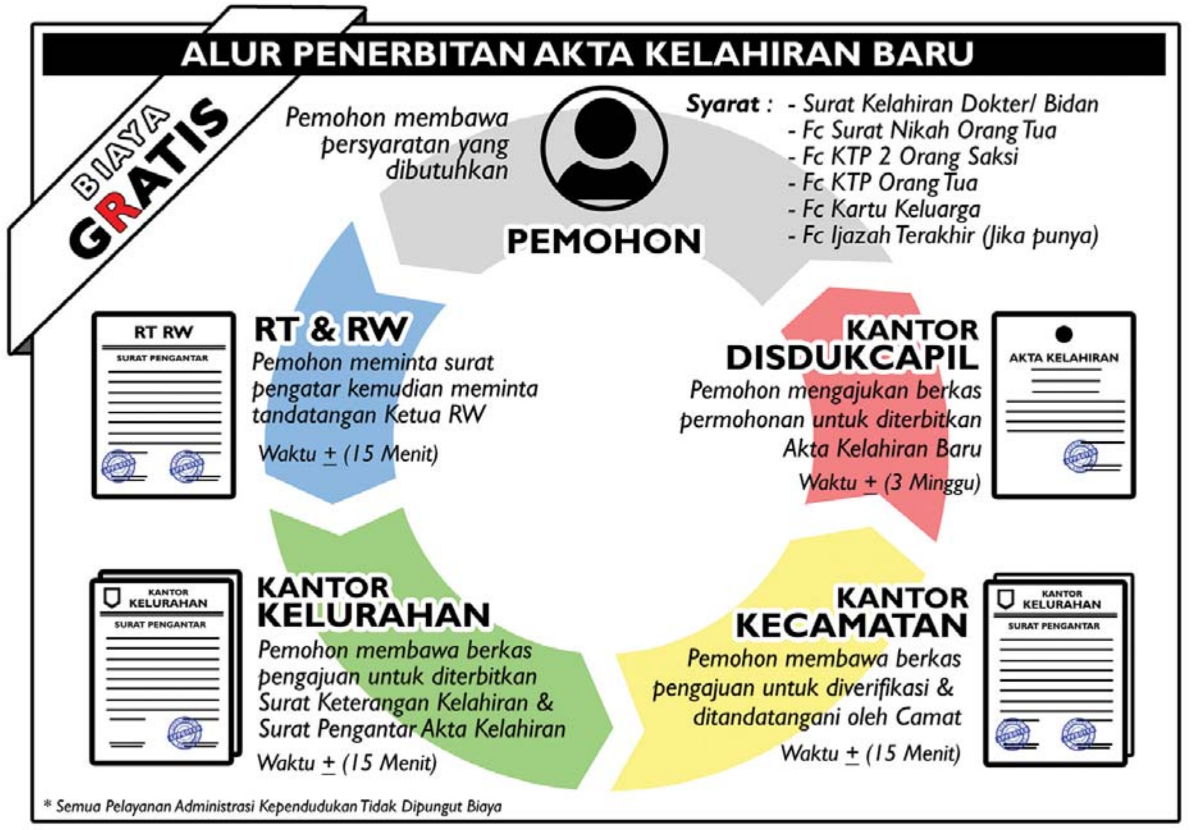
C(Y) = 500 + 0,8Y

Tentukan :

a. Fungsi komposisi (Y o I)(r)
b. Pendapatan nasional jika suku bunga adalah 12%

Invers Fungsi

Perhatikan alur penerbitan akta kelahiran berikut. Prosedur atau operasinya adalah dimulai dari penyiapan kelengkapan berkas dan pembuatan surat pengantar RT-RW, kantor kelurahan, kantor kecamatan dan terakhir di kantor dinas kependudukan. Prosedur sebaliknya, bagaimana bisa mendapatkan akta kelahiran yang baru? Prosedur atau operasinya adalah akta kelahiran diperoleh dari kantor dinas kependudukan, namun harus pengantar dari kecamatan, kelurahan/desa, dan RT-RW. Alur dan prosedur iini merupakan prosedur balikan/invers.



Jadi, invers atau kebalikan dari fungsi, tidak selalu menghasilkan fungsi. Jika invers dari suatu fungsi merupakan fungsi juga, maka invers tersebut dinamakan fungsi invers. Syarat agar invers suatu fungsi merupakan fungsi invers jika dan hanya jika f suatu fungsi bijektif (korespondensi satu-satu). Perhatikan fungsi berikut.

$$f : Df \rightarrow Rf$$
$$x \rightarrow y = f(x)$$

Apabila fungsi f tersebut dibalik, yaitu memadankan nilai y ke x, maka fungsi ini disebut balikan f atau invers f, ditulis f^{-1}. Di sini lambang f^{-1} tidak berarti 1/f. Fungsi invers tersebut dapat dinyatakan sebagai

$$f^{-1} : D_{f-1} \rightarrow R_{f-1}$$
$$y \rightarrow x = f^{-1}(x)$$

Langkah-langkah untuk menentukan invers suatu fungsi f(x) sebagai berikut.

1. Misalkan f(x) sebagai variabel y;
2. Selesaikan persamaan y = f(x) sehingga diperoleh x sebagai fungsi dari y atau $x = f^{-1}(y)$
3. Ganti variabel y pada $f^{-1}(y)$ dengan x sehingga diperoleh $f^{-1}(x)$ yang merupakan invers dari f(x).

Contoh 1

Diketahui fungsi f(x) = x + 5, tentukan rumus fungsi f-1(x), f-1(2) dan f-1(-4)

Jawab

$f(x) = 2x – 3$ dengan $y = f(x)$

maka, $y = x + 5$

$y - 5 = x$

Mengganti variabel y dengan x, dan

Sehingga, $f^{-1}(x) = x-5$

$f^{-1}(2) = 2 – 5 = -3$

$f^{-1}(-4) = - 4 – 5 = - 9$

Contoh 2

Diketahui fungsi f(x) = 2x – 3, tentukan :

a. Rumus fungsi $f^{-1}(x)$
b. Hitunglah nilai dari $f^{-1}(0)$, $f^{-1}(1)$ dan $f^{-1}(2)$

Jawab

a. $f(x) = 2x – 3$ dengan $y = f(x)$

   maka, $y = 2x – 3$

   $y + 3 = 2x$

   $\frac{y + 3}{2} = x$

   Sehingga, $f^{-1}(x) = \frac{x + 3}{2}$

b. $f^{-1}(0) = \frac{x + 3}{2} = \frac{0 + 3}{2} = \frac{3}{2}$

   $f^{-1}(1) = \frac{1 + 3}{2} = \frac{4}{2} = 2$

   $f^{-1}(2) = \frac{1 + 3}{2} = \frac{5}{2}$

Contoh 3

Tentukan fungsi invers dari: (a) y = f(x) = 2x, (b) $y = f(x) = x^3 – 1$. Gambarkan grafiknya dalam bidang koordinat.

Penyelesaian

(a) Kita nyatakan x dalam y sebagai berikut.

   $y = 2x$

   $x = ½\, y$

   Jadi, $f^{-1}(y) = ½\, y$. Ganti y dengan x, diperoleh invers fungsi x

   $f^{-1}(x) = ½\, x$

(b) Kita nyatakan x dalam y sebagai berikut.

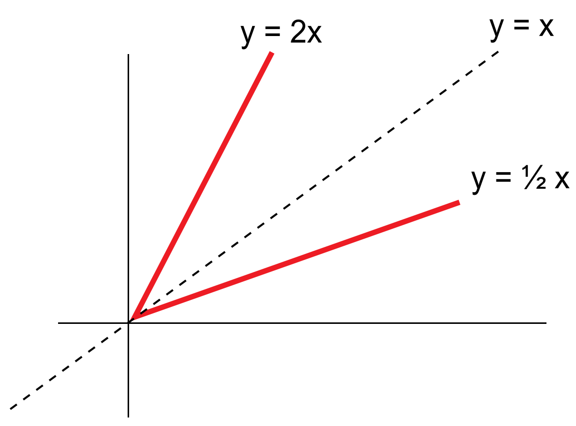
   $y = x^3 – 1$

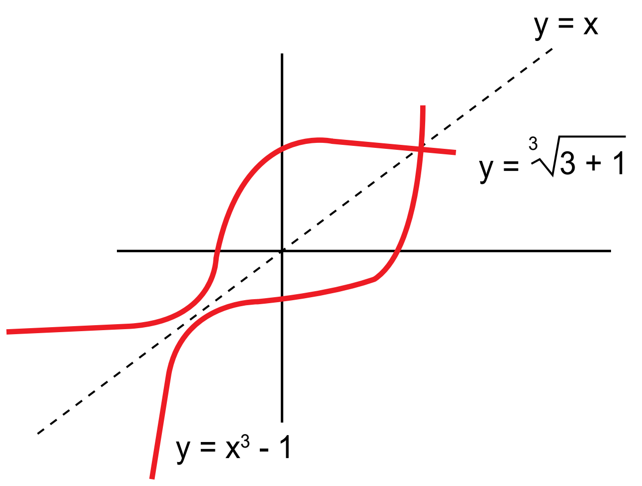
   $x = \sqrt[3]{3 + 1}$

   Jadi, $f^{-1}(y) = \sqrt[3]{3 + 1}$. Ganti y dengan x, diperoleh invers fungsi x

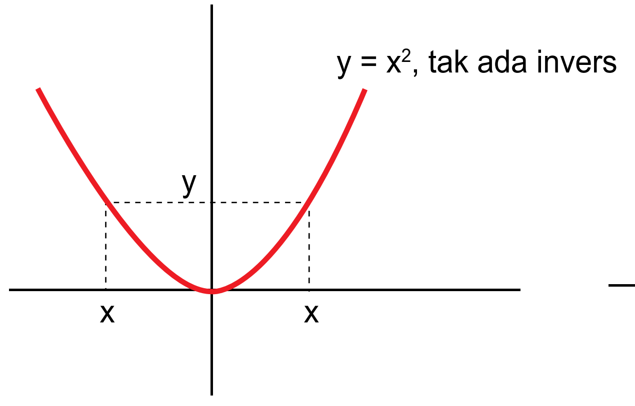
   $f^{-1}(x) = \sqrt[3]{3 + 1}$

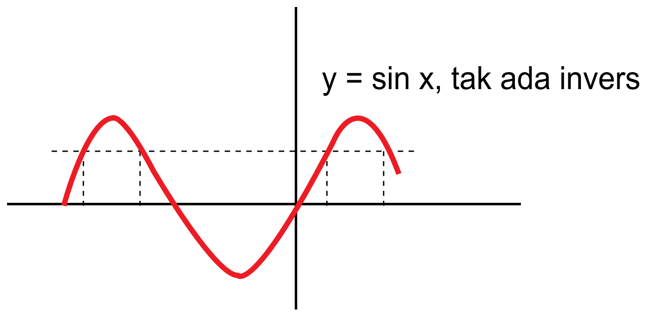
Grafik dari fungsi dan inversnya tampak pada gambar berikut. Perhatikan bahwa grafik dari fungsi invers merupakan pencerminan grafik fungsinya terhadap sumbu y = x.





Apakah setiap fungsi memiliki invers? Ternyata tidak. Contoh yang diberikan di atas merupakan contoh fungsi yang memiliki invers. Tetapi, fungsi y = x2 tidak memiliki invers. Untuk suatu nilai y terdapat dua nilai x. Demikian juga, dengan fungsi y = sin x, untuk suatu nilai terdapat banyak nilai x yang berpadanan. Perhatikan gambar berikut.





Dari grafik tersebut tampak bahwa fungsi yang tidak memiliki invers apabila dibuat garis mendatar, maka garis tersebut akan memotong kurva lebih dari satu titik potong. Jika sebuah fungsi memiliki invers, maka garis mendatar yang dibuat hanya memiliki satu titik potong dengan kurva tersebut. Cara lain untuk memeriksa eksistensi atau ada tidaknya invers fungsi adalah dengan teorema berikut.

Apabila f monoton murni pada daerah asalnya, maka f memiliki invers (A)

Contoh:

Buktikan $f(x) = x^5 + 2x + 1$ memiliki invers.

Bukti:

Turunan f : $f'(x) = 5x^4 + 2 > 0$, untuk semua x. Berarti f memiliki invers.

Bagaimana mendefinisikan daerah asal agar sebuah fungsi memiliki invers? Dari gambar di atas tampak apabila daerah definisi dipersempit, maka f memungkinkan memiliki invers. Misalnya, $f(x) = x^2$ memiliki invers apabila $D_f = [0, \infty)$ atau Df = $(-\infty, 0)$ saja.

Contoh:

Definisikan daerah asal f(x) = sin x agar memiliki invers.

Penyelesaian:

Kita batasi daerah definisinya $D_f = (-\pi/2, \pi/2)$ maka fungsi f(x) = sin x memiliki invers.

KEGIATAN 5

- Kegiatan ini untuk melatih kemampuan dalam mengidentifikasi masalah dan menyelesaikannya!
- Berikut beberapa contoh untuk mengasah kemampuan saudara dalam memahami konsep dari fungsi invers dari beberapa fungsi khusus.

1. Dimisalkan, fungsi linear f(x) = ax + b. Untuk mencari fungsi inversnya ditentukan dengan cara berikut:
   a. ubah f(x) menjadi y, sehingga
      y = ax + b
   b. Persamaan tersebut diubah menjadi persamaan dalam bentuk variabel y
      ax + b = y
      ax = y - …….
      $x = \frac{\quad}{\square}$

c. Ganti variabel x dengan f-1 (x) dan variabel y dengan x

Jadi, f^{-1} (x) = ……………………

2. Dimisalkan, fungsi linear $f(x) = \frac{ax + b}{cx + d}, x \neq -\frac{d}{c}$. Untuk mencari fungsi inversnya ditentukan dengan cara berikut:

a. ubah f(x) menjadi y, sehingga

$y = \frac{ax + b}{cx + d}$

b. Persamaan tersebut diubah menjadi persamaan dalam bentuk variabel y

y(cx + d) = (ax + b)

……+ …. = … + ……

Jadikan satu, yang memiliki variabel yang sama

(….. + …..) x = ………

$x = \frac{\qquad}{\square}$

c. Ganti variabel x dengan f^{-1} (x) dan variabel y dengan x

Jadi, $f^{-1}(x) = \frac{\qquad}{\square}$

KEGIATAN 6

- Pahami dari masalah kontekstual dibawah ini!
- Selesaikan masalah kontekstual tersebut dengan menggunakan langkah-langkah penyelesaian!

a. Jumlah produksi makanan ringan dari suatu pabrik per hari mengikuti fungsi

$$f(x) = 2x^2 + 300$$

dengan x adalah banyaknya bahan baku yang diperlukan (dalam kg)

a) Tentukan banyaknya makanan ringan yang dapat dihasilkan dari bahan baku sebanyak 100kg.

b) Tentukan banyaknya bahan baku yang dibutuhkan untuk menghasilkan makanan ringan sebanyak 10.300 buah

b. Mesin cetak membutuhkan x rim kertas untuk menghasilkan majalah sebanyak f(x) eksemplar.

Apabila $f(x) = \frac{x^2 + 10.000}{5}$, maka

c) Tentukan berapa eksemplar majalah yang dihasilkan jika memakai 100 rim kertas,

d) Berapa rim kertas yang dibutuhkan untuk memperoleh majalah sebanyak 50.000 eksemplar?

Pengayaan: Invers Fungsi Trigonometri

Telah diketahui bahwa invers fungsi dapat dirumuskan dengan membatasi daerah definisinya. Begitu banyaknya penggunaan fungsi trigonometri, maka kita akan mendefinisikan invers fungsi trigonometri sebagai berikut.

$x = \arcsin y = \sin^{-1} y \iff y = \sin x, -\pi/2 \le x \le \pi/2$

$x = \arccos y = \cos^{-1} y \iff y = \cos x, 0 \le x \le \pi$

$x = \arctan y = \tan^{-1} y \iff y = \tan x, -\pi/2 < x < \pi/2$

Contoh

$\sin^{-1}(-0.5) = -\pi/6$

$\cos^{-1}(\sqrt{3}/2) = \pi/6$

$\tan^{-1}(1) = \pi/4$

Rangkuman

1. Apabila A dan B himpunan, maka hubungan atau pemasangan anggota A dengan anggota B disebut relasi. Apabila antara anggota A dan anggota B tidak ada hubungan, maka himpunan A dan B tidak berelasi.
2. Fungsi adalah relasi yang memetakan, memasangkan atau mengawankan setiap anggota di himpunan A dengan tepat satu anggota di himpunan B.
3. Sebuah fungsi f dari himpunan A ke B, dapat dinyatakan dalam bentuk diagram, pasangan terurut atau dengan notasi fungsi $f : A \rightarrow B$ atau dengan rumus $y = f(x)$, dimana $x \in A$ dan $y \in B$. Himpunan A disebut pula dengan daerah asal (domain) dan B disebut daerah kawan (kodomain). Sedangkan daerah hasil fungsi (range) merupakan himpunan bagian dari B
4. Misalkan fungsi f memetakan himpunan A ke himpunan B dengan darah hasil R. Fungsi disebut fungsi surjektif (onto) apabila daerah hasil sama dengan daerah kawan (R = B), disebut fungsi injektif (into) apabila untuk setiap $a \neq b$, maka $f(a) \neq f(b)$ dan disebut fungsi bijektif (satu ke satu) apabila fungsi tersebut injektif dan sekaligus surjektif
5. Berdasarkan karakteristik nilai fungsi, dikenal fungsi konstan, fungsi identitas, fungsi tangga atau fungsi bilangan bulat terbesar, fungsi modulus atau fungsi nilai mutlak, fungsi linear, fungsi kuadrat, serta berbagai jenis fungsi lainnya.
6. Apabila f dan g sebuah fungsi, maka operasi dan komposisi fungsi dapat didefinisikan sebagai berikut.
   a. $(f + g)(x) = f(x) + g(x)$
   b. $(f – g)(x) = f(x) – g(x)$
   c. $(f/g)(x) = f(x)/g(x)$
   d. $(g \circ f)(x) = g[f(x)]$
7. Sebuah f memiliki invers atau balikan berupa fungsi invers f^{-1} jika dan hanya jika f suatu fungsi bijektif (korespondensi satu-satu). Apabila f dinyatakan dengan $y = f(x)$, maka balikan f atau invers f, ditulis f^{-1} dapat dinyatakan sebagai $x = f^{-1}(y)$. Sifat-sifat fungsi $y = f(x)$ memiliki invers:
   a. Grafik fungsi invers f^{-1} merupakan pencerminan dari f terhadap garis $y = x$
   b. Setiap garis mendatar hanya memotong grafik f di satu titik
   c. Fungsi f monoton murni di daerah asalnya
   d. $(g \circ f)(x) = g[f(x)]$
8. Sebuah f yang tidak memiliki invers dapat dijadikan memiliki invers dengan cara membatasi atau mempersempit daerah asalnya
9. Invers fungsi trigonometri didefinisikan sebagai berikut.

   $x = \arcsin y = \sin^{-1} y \quad \Leftrightarrow \quad y = \sin x, -\pi/2 \leq x \leq \pi/2$

   $x = \arccos y = \cos-1\ y \quad \Leftrightarrow \quad y = \cos x, 0 \leq x \leq \pi$

   $x = \arctan y = \tan-1\ y \quad \Leftrightarrow \quad y = \tan x, -\pi/2 < x < \pi/2$

KRITERIA PINDAH MODUL

Anda dinyatakan memahami modul ini atau dapat berpindah ke modul berikutnya apabila telah memenuhi salah satu persyaratan berikut.

1. Mampu mengerjakan tugas dan soal latihan secara lengkap, benar, akurat dan sesuai prosedur pengerjaan
2. Mampu mengerjakan tugas dan soal latihan dengan benar, akurat dan sesuai prosedur pengerjaan, minimal sebesar 75%
3. Mampu mengerjakan test penempatan untuk modul ini dengan benar, akurat dan sesuai prosedur pengerjaan, minimal sebesar 75%

Anda dinyatakan belum memahami dan menguasai modul ini dan belum dapat berpindah ke modul berikutnya apabila:

1. Mampu mengerjakan tugas dan soal latihan dengan benar, akurat dan sesuai prosedur pengerjaan, di bawah sebesar 75%
2. Mengikuti test penempatan dengan hasil di bawah 75%

Saran Referensi

Buku teks pelajaran Kurikulum 2013 kelas X SMA/SMK, Kemdikbud, 2016

Everyday Algebra for Elementary Course, William Betz, Ginn and Company, New York, 1951

Daftar Pustaka

Wirodrikomo, Sartono. Matematika untuk SMA Kelas XI Semester 2. Jakarta : Erlangga

Permendikbud No. 24 tahun 2016 tentang Kompetensi Inti dan Kompetensi Dasar Matematika

Kurikulum Kesetaraan Paket A setara SD, Paket B setara SMP dan Paket C setara SMA, Ditjen PAUD dan Dikmas, Kemdikbud, 2017

BK. Noormandiri, Endar. 1995.Buku Pelajaran Matematika Untuk SMU Kelas 2. Jakarta: Erlangga

http://satulayanan.id/layanan/index/17/e-ktp/kemendagri yang diakses tanggal pukul 11.13 WIB

https://www.zenius.net/cg/46/matematika-sma-kelas-10

http://www.bukupaket.com/2016/08/materi-matematika-kelas-10-sma.html

https://ibnufajar75.wordpress.com/materi-pembelajaran/matematikakelas-x/

http://www.matematrick.com/2012/10/materi-pelajaran-matematika-sma.html

Algebra 2 with trigonometry, Bettye C. Hall, Mona Fabricant, Prentice Hall, New Jersey, 1993

Basic quantum mechanics, JL Martin, Oxford University Press, New York, 1981

Merancang tes untuk menilai prestasi siswa, Jane S Cangelosi, Penerbit ITB Bandung, 1995

Master prolem solving maths, Joy Cheng, Federal Publications, Singapore, 2003

Matematika, R Soedjadi, Djoko Moesono, Balai Pustaka, Jakarta, 2003

Kanginan, Marthen, Teten Kustendi. 2001. Matematika SMU Kelas 3. Bandung : Grafindo

Kalkulus dan Geometri Analitis jilid I, Edwin J Purcell, Dale Varberg, Penerbit Erlangga, Jakarta, 1990